ÉCHANTILLONNAGE – ESTIMATIONS.

Exercice 1 *:*

Après la correction d'une épreuve d'examen comportant un grand nombre de candidats, on constate que les notes ont pour moyenne 12 et pour écart-type 3. On se propose de prélever un échantillon aléatoire non exhaustif de 100 notes.

1. Quelle est la probabilité que la moyenne d'un tel échantillon soit supérieure à 12,5?
2. Quelle est la probabilité que la moyenne d'un tel échantillon soit comprise entre 12,5 et 12,9?

Exercice 2 *:*

Un candidat A a obtenu 52% des suffrages exprimés à une élection.

1. Quelle est la probabilité d'avoir, dans un échantillon aléatoire non exhaustif de taille $n = 50$ prélevé parmi les suffrages exprimés, strictement moins de 50% de voix pour le candidat A ?
2. Reprendre les calculs précédents avec $n = 500$.

Exercice 3 *:*

Une machine fabrique des disques pleins en grandes quantité. On suppose que la variable aléatoire X qui, à chaque disque tiré au hasard, associe son diamètre suit la loi normale $\mathcal{N}\left(\mu, \sigma^2\right)$ où $\mu = 12,8$ mm et $\sigma = 2,1$ mm.

1. Quelle loi suit la variable aléatoire $\bar{X}$, qui, à chaque échantillon aléatoire non exhaustif de taille $n = 49$, associe la moyenne des diamètres des disques de cet échantillon?
2. Déterminer un intervalle centré en 12,8 tel que la variable aléatoire $\bar{X}$ prenne ses valeurs dans cet intervalle avec la probabilité 0,95.
3. On se propose de prélever un échantillon aléatoire non exhaustif de taille n. Déterminer n pour que la moyenne des diamètres des disques prélevés ne s'écarte pas de 12,8 de plus de 0,2 mm, avec une probabilité de 0,95.

Exercice 4 *:*

Une machine automatique fabrique des entretoises destinées à un montage de roulements. La longueur de ces entretoises doit être comprise au sens large entre 37,45 et 37,55 mm. La variable aléatoire X qui associe à chaque entretoise sa longueur, est une variable gaussienne de moyenne 37,50.

1. Quel doit être l'écart-type de la variable aléatoire X pour que 99,8% des pièces fabriquées soient bonnes?
2. On prélève un échantillon, non exahustif dans la production. Quel doit être l'effectif de cet échantillon pour que la moyenne des longueurs des pièces prélevée appartienne à l'intervalle $[37,495\ ;\ 37,505]$ avec une probabilité de 0,95

Exercice 5 *:*

Une étude préalable a montré que dans une production en grande série, une machine fabrique des câbles électriques avec un pourcentage de câbles défectueux égale à 2%. Une entreprise commande 400 de ces câbles. Quelle est la probabilité pour que, dans cet envoi, on trouve au plus 3% de câbles défecteux.

Exercice 6 *:*

Un avion peut transporter une charge de 4 tonnes. La population des poids des passagers est gaussienne de moyenne 75 kg et d'écart-type 10 kg. Quel nombre maximum de sièges doit-on prévoir pour équiper l'avion, si on veut que le risque de surcharge ne dépasse pas 10^{-6}.

Exercice 7 *:*

Lors d'un concours radiophonique, on note X le nombre de réponses reçues chaque jour. On suppose que X suit une loi normale de paramètre μ et σ. Durant les 10 premiers jours, on a obtenu les résultats suivants :

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	200	240	190	150	220	180	170	230	210	210

Donner une estimation ponctuelle de μ et σ^2.

Exercice 8 *:*

Dans une population d'étudiants de GTR, on a prélevé, indépendamment, deux échantillons de taille $n_1 = 120$ et $n_2 = 150$. On constate que 48 étudiants de l'échantillon 1 et 66 de l'échantillon 2 ont un baccalauréat technologique. Soit p la proportion d'étudiants de la population ayant un baccalauréat technologique. Calculer 3 estimations ponctuelles de p.

Exercice 9 *:*

On suppose que l'âge des élèves de terminale en france métropolitaine suit une loi normale de paramètre μ et σ. On considère un échantillon de taille $n = 50$, et on obtient une moyenne de 19 ans et un écart-type de 1,5 ans. Donner une estimation de μ et de σ par intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95.

Exercice 10 *:*

Une entreprise souhaite estimer la fréquence maximale de fonctionnement des microprocesseurs, qu'elle fabrique en grande quantité. Pour cela, elle prélève un échantillon de 219 microprocesseurs et détermine la fréquence à partir de laquelle ils grillent.. Voici les résultats obtenus:

Fréquence en Mhz	[400 ; 405[	[405 ; 410[	[410 ; 415[	[415 ; 420[	[420 ; 425[	[425 ; 430[	[430 ; 435[
Effectifs	9	21	39	63	45	27	15

X désignant la fréquence maximale d'un microprocesseur provenant de cette fabrication, donner une estimation de $E(X)$ et de $V(X)$. Donner pour $E(X)$ un intervalle de confiance de niveau de confiance 0,95.

Exercice 11 *:*

On veut estimer l'espérance mathématique μ d'une variable aléatoire gaussienne X dont on connait l'écart-type $\sigma = 2,3$. Quelle est la taille minimum de l'échantillon de X qui est à prendre si l'on veut obtenir pour μ un intervalle de confiance de seuil $\varepsilon = 0,05$ et dont la longueur ne dépasse pas 0,1?

Exercice 12 *:*

Un confiseur vend des boites de bonbons d'un certain modèle. On note X le poids d'une boite pleine. Les pesées de 8 boites ont conduit aux poids (en kilogrammes) : 1,22 ; 1,21 ; 1,23 ; 1,19 ; 1,23 ; 1,24 ; 1,18 ; 1,21.

1. Donner pour $E(X)$ un intervalle de confiance de risque 0,05.
2. En supposant que la variance de X soit connue et égale à la variance observée, donner pour $E(X)$ un intervalle

Exercice 13 *:*

Après avoir questionné 12 ingénieurs issus d'une même école, on donne pour l'espérance mathématique μ du salaire annuel moyen X d'un ingénieur, l'intervalle de confiance de niveau de confiance 0,95 : 390 KF 6 μ 6 520 KF. En déduire la moyenne observé m et la variance observée s^2. Donner pour la variance de X un intervalle de confiance de niveau de confiance 0,95.

Exercice 14 *:*

Dans un grand pays démocratique, un quotidien publie tous les mois la "cote" du chef du gouvernement à partir d'un sondage réalisé sur un échantillon représentatif de 1000 personnes. Au mois de janvier, la cote publiée était de 38 % d'opinions favorables, en février 36 % d'opinions favorables, et le journaliste de commenter : $\ll$ Le chef du gouvernement perds 2 points.$\gg$. Commenter ce commentaire.